1　パレート最適な配分：準線形効用関数の場合

経済主体は主体 1 と主体 2 で、財も財 1 と財 2 で識別される経済を考える。財 1 の社会全体の存在量を 5, 財 2 の社会全体の存在量も 5 とする。主体 1 と主体 2 の効用関数を

$$u_1(x_{11}, x_{12}) = \log x_{11} + x_{12}, \quad u_2(x_{21}, x_{22}) = \log x_{21} + x_{22}$$

とする。$x_{i,j}, (i, j = 1, 2)$ は主体 i の財 j の配分である。この 2 人 2 財の経済におけるパレート最適な配分の条件を求め、その後、配分全体を求めよ。

1.1　研究課題 1

二人の主体の効用関数が準線形の同じタイプであるが、異なるという状況でパレート最適の配分を求めてみよ。(例 $u_2(x_{21}, x_{22}) = 2\log x_{21} + x_{22}$)

1.2　研究課題 2

二人の主体の効用関数が準線形と対数線形というように、タイプ自体が異なる状況でパレート最適の配分を求めてみよ。(例 $u_2(x_{21}, x_{22}) = \log x_{21} + \log x_{22}$)

2　パレート最適な配分: 線形な効用関数の場合

前の課題同様、経済主体は主体 1 と主体 2 で、財も財 1 と財 2 で識別される経済を考える。財 1 の社会全体の存在量を 5, 財 2 の社会全体の存在量も 5 とする。主体 1 と主体 2 の効用関数を

$$u_1(x_{11}, x_{12}) = x_{11} + x_{12}, \quad u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21} + x_{22}$$

とする。この場合のパレート最適な配分の全体を求めよ。

2.1　研究課題 1

二人の主体が取引前に各財を $(5/2, 5/2)$,$(5/2, 5/2)$ もっている場合の完全競争均衡配分を求め、厚生経済学の基本定理がどのような状況で成立するかを調べよ。

2.2　研究課題 2

二人の主体の効用関数が線形の同じタイプであるが、異なるという状況でパレート最適の配分を求めてみよ。(例 $u_2(x_{21}, x_{22}) = 2x_{21} + x_{22}$)
(難しいかもしれない。パレート最適の定義に戻ること。)

3　生産の最適化: 収穫不変の場合

生産物の量を y、投入物 1 の量を k、投入物 2 の量を ℓ で表すとき、生産関数が

$$y = k^{\frac{1}{3}} \ell^{\frac{2}{3}}$$

であるとしよう。生産物価格を p、投入物 1 の価格を r、投入物 2 の価格を w で表わし、これらは市場で定まると仮定するとき、y だけ生産するときの各投入物の要素需要関数と費用関数を、費用最小化問題によって求めよ。さらに、ラグランジュ未定乗数が費用関数の y に関する偏微分に等しいことを確認せよ。

3.1　研究課題 1

生産関数を

$$y = k^{\frac{1}{3}} \ell^{\frac{1}{3}}$$

と修正するとき、課題本体の設問に再び答えよ。

3.2　研究課題

生産物の供給関数は、課題本体の場合どのように考えられるか。日吉のミクロ経済学の授業で習う「完全競争下の企業の供給曲線は、限界費用曲線の右上がり部分」ということと、どのように関連づけられるか。さらに、すぐ 上の研究課題の場合はど うか。

4　包絡線の導出

講義ノートにある、例（半径 1 の円周が並ぶもの）において、包絡線を講義でやった定義に基づいて、解析的に導出せよ。

5　円周の包絡線

原点を中心にとり、半径が 1 の円周を包絡線とする曲線群の方程式を見つけよ。(複数の解答が可能）