

マクロ経済動学 練習問題 5

問 3.1 消費者の効用関数が次の3つの構造を持つときに、以下の問に答えよ。

1 対数効用関数: $u(c_t) = \log c_t$.

2 べき乗効用関数: $u(c_t) = \frac{1}{1-\gamma} c_t^{1-\gamma}$.

3 指数効用関数: $u(c_t) = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha c_t}$.

A 資産制約が

$$\sum_{t=1}^{\infty} \left(\prod_{\tau=0}^{t-1} \frac{1}{1+r_{\tau}} \right) p_t c_t \leq W_0$$

と表せるときに、消費者の現時点 $t=1$ における消費関数を求め、消費と貯蓄の決定要因を説明せよ。さらに、富の限界効用を求めよ。

B 資産 W_0 が

$$W_0 = (1+r_0)a_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \left(\prod_{\tau=0}^{t-1} \frac{1}{1+r_{\tau}} \right) w_t l$$

であるときに、現時点における貯蓄関数を求め、貯蓄の決定要因を説明せよ。

C. 対数効用関数の場合について、各時点での資産を W_t とおいて、各時点での資産とその期以降で達成される割引効用の総和との関係を求めよ。

問 3.2 効用の割引因子 β の大きさは単位時間の長さを定めていると考えられる。経常価値価格 p_t と利子率 r_t が時間とともに一定である場合に着目して説明せよ。

問 3.3 どの期間 t においても、効用関数が

$$\log c_t + \beta \left[\sum_{\tau=1}^{\infty} \rho^{\tau-1} \log c_{t+\tau} \right]$$

という構造を持つ消費者を考えよ。今、利子率と経常価値価格が $r_t = r$, $p_t = w_t = 1$ と与えられている場合について、各期の消費者の最大化問題を解いて、それぞれの期から始まる最適消費計画を求めよ。第1期に立てた最適消費計画における第2期の最適消費量と第2期に建てた第2期の最適消費量が異なることを示せ。第1期に立てた最適消費計画における第2期の最適消費量が第2期に建てた第2期の最適消費量より小さいのは、 β と ρ の間にどのような関係があるときか。