問題 (**第 9 回目**)

I ここでは,

$$\max_{\{k_t\}} \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1} v(k_{t-1}, k_t) \text{ s.t. } k_0 = k \text{ and } k_T = k'$$

という問題を考えよ．効用関数は連続な凹関数とする．オイラー方程式と初期条件, つまり

$$v_2(k_{t-1}, k_t) + \beta v_1(k_t, k_{t+1}) = 0,\ k_0 = k,\ \ k_T = k'$$

を解くことでも，最終期の初期のストックの評価関数を

$$V_{T-1}(k_{T-1}) = \max_{\{k_T\}} \ v(k_{T-1}, k')$$

とおき，逆向き帰納法を利用して,

$$V_{t-1}(k_{t-1}) = \max_{\{k_t\}} \ v(k_{t-1}, k_t) + \beta V_t(k_t)$$

と順に解くことでも，上の最大化問題の解を見つけられることを証明せよ.

II 次のような**短縮型効用関数**に基づいて、

$$v(x, y) = 2x - y - x^2 - 2y^2 + xy$$

次の最大化問題を考えよ。

$$\max \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1} v(k_{t-1}, k_t) \text{ s.t. } k_0 = k',\ k_T = k''.$$

A この問題のオイラー条件を求めよ。

B オイラー条件、初期条件、終点条件を解け。

C $T = 3$ のケースについて、逆向き帰納法で、評価関数を順に求め、最適解を求めよ。

III 前問の v のもとで，次のような最大化問題を考えよ。

$$\max \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1} v(k_{t-1}, k_t) + \beta^{T-1}(\gamma k_T - \delta(k_T)^2) \text{ s.t. } k_0 = k.$$

A この問題の横断条件を求めよ。

B オイラー条件、初期条件、横断条件を用いて、この問題を解け。

C $T = 3$ のケースについて、逆向き帰納法で、評価関数を順に求め、最適解を求めよ。