数理経済学第２回（9902）[*]　　慶應義塾大学経済学部：矢野　誠

２．選好に基づく消費の理論

２．１．消費集合

$$C \subset R_+^{\,n}.$$

仮定２．１．１：

消費集合 C は R^n の非空な閉部分集合で，下から有界である．

２．２．選好関係

効用関数と選好関係

$$u(x) \geq u(y) \quad \Leftrightarrow \quad xRy \quad .$$

効用関数の方が消費の望ましさを効用単位で計れると仮定している分だけ大きな情報に基づく．

効用関数に基づく選好関係の特徴：

R は反射的（reflexive）　$\Leftrightarrow$　$\forall x \in C$，　xRx ．

R は完備（complete）　$\Leftrightarrow$　$\forall x \in C$，　$\forall y \in C$，　xRy か yRx ．

R は推移的（transitive）　$\Leftrightarrow$　xRy，　yRz　$\Rightarrow$　xRz ．

R は閉．

[*] Copy Right © 1999 矢野 誠.

２．３．強選好，弱選好，無差別関係

$$xRy \text{ and } \sim yRx \quad \Leftrightarrow \quad xPy$$
$$xRy \text{ and } yRx \quad \Leftrightarrow \quad xIy$$

$R(x)=\{z\in C:\ zRx\}$，　$P(x)=\{z\in C:\ zPx\}$，　$I(x)=\{z\in C:\ zIx\}$．

補題２．３．１．　$\sim wPz \ \Leftrightarrow\ zRw$．

証明． $\sim wPz \ \Leftrightarrow\ \sim wRz$ **か** zRw．**また完備性から，** $\sim wRz \ \Leftrightarrow\ zRw$．**証明終わり．**

補題２．３．２．

A．$wPz \text{ and } zRx \ \Rightarrow\ wPx$．

B．$wRz \text{ and } zPx \ \Rightarrow\ wPx$．

C．$wPz \text{ and } zPx \ \Rightarrow\ wPx$．

証明． A．$wPz \text{ and } zRx$ **ならば** $wRz,\ \sim zRw \text{ and } zRx$．**したがって，推移性より** wRx．**もし結論が正しくなければ，** xRw **か** $\sim wRx$．**後者ではありえないので，** xRw．**しかし** zRx **なのだから，推移性より，** zRw．**これは** $\sim zRw$ **に矛盾．**B **と** C **も同様にして証明できる．証明終わり．**

問題２．３．１．補題２．３．２の B **と** C **を証明せよ．**

２．４．需要対応の存在

$B(p,m)=\{x\in C: px\le m\}$： 予算集合

$D(p,m)=\{x\in C: xRz \quad \forall z\in B(p,m)\}$ ： 需要対応

有限交差性：部分集合の集合 $\{C_a: a\in A\}$ が有限交差性を持つというのは，どんな有限個の要素からなる $A'\subset A$ についても， $\cap_{i\in A'} C_a \ne f$ がなりたつ．

補題２．４．１：部分集合の集合 $\{C_a: a\in A\}$ がコンパクト集合 X の閉部分集合であり，有限交差性を持つならば， $\cap_{i\in N} C_i \ne f$ である．

定理２．４．１： R は反射的，完備かつ推移的である．さらに， $x\in C$ についても $R(x)$ が閉集合ならば， $p>>0$ のとき $D(p,m)\ne f$ ．

証明： $p>>0$ ならば， $B(p,m)$ はコンパクト集合である．また，

$$B_x = R(x)\cap B(p,m)$$

とおくと， B_x は閉集合．任意の有限個の $x_i\in B(p,m)$ をとると， i^* が存在して，どの i についても，$x_{i^*} Rx_i$ が成立する．したがって，どの i についても $R(x_{i^*})\subset R(x_i)$ なので， $\cap_{i\in I} B_{x_i} = B_{x_{i^*}} \ne f$ である．したがって，

$$\{B_x : x\in B(p,m)\}$$

は有限交差性をもつ．したがって， $\cap_{x\in B(p,m)} B_x \ne f$．そこで，

$$x^* \in \cap_{x\in B(p,m)} B_x$$

とおくと， $x^*\in B(p,m)$ であり，どんな $x\in B(p,m)$ についても， $x^*\in R(x)$ が成立するので， $x^*Rx \quad \forall x\in B(p.m)$ である．証明終わり．