

1. 次のような状態と行動の両方に依存する効用を考え、以下の設問に答えよ。

天気がよくて遠足に行く場合、	効用 8
天気がよくて遠足に行かない場合、	効用 2
雨で遠足に行く場合、	効用 3
雨で遠足に行かない場合、	効用 5

A. 天気がよい確率が $1/2$ 、雨が降る確率が $1/2$ であるとして、以下の問に答えよ。

- i. 状態先決型モデルの場合の意思決定の樹木構造を図示し、そのときの最適プログラムを求めよ。
- ii. 行動先決型モデルの場合の意思決定の樹木構造を図示し、そのときの最適戦略を求めよ。
- iii. 戦略決定時には、状態先決型モデルの方が行動先決型モデルよりも高い期待効用を得ることができる。この理由を説明せよ。

B. 明日天気がよい確率が p 、雨が降る確率が $1-p$ であるとして、以下の設問に答えよ。

- i. 行動先決型モデルにおいて遠足にでかけるのが最適であるためには、確率 p がどのような範囲になくはないか。
- ii. 確率 p を場合わけして、状態先決型モデルの最適プログラムを求めよ。

2. 一期間後に、 G と B というふたつの状態がおきる可能性があると考えよ。収益がそのふたつの状態に依存する株式 1 と 2 を考えよ。株式 1 と 2 の価格は q_1 と q_2 であるとし、また、それらの収益のパターンは次のようなものであるとして、以下の問いに答えよ。

$$\begin{pmatrix} r_1(G) \\ r_1(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} r_2(G) \\ r_2(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

- A. 株式 1 を 5 単位、株式 2 を 3 単位含むポートフォリオの収益パターンを求めよ。
- B. このポートフォリオの価格を、 q_1 と q_2 の関数として、もとめよ。
- C. 片方の株式を売り、もう片方の株式を買うことでお金をかけずに（ただで）ポートフォリオをくむことができる。（このようなポートフォリオを費用ゼロポートフォリオと呼ぶ。）ポートフォリオに含まれる株式 1 が f_1 単位、株式 2 が f_2 単位であるとして、費用ゼロポートフォリオに含まれる証券 1 と 2 の比率 f_1/f_2 を求めよ。
- D. 費用ゼロポートフォリオの収益が G がおきても B がおきても正であるためには、株式価格 q_1 と q_2 がどのような条件をみたさねばならないか。
- E. 費用ゼロポートフォリオの収益が G がおきても B がおきても負であるためには、株式価格 q_1 と q_2 がどのような条件をみたさねばならないか。
- F. 一般に、株式価格は費用ゼロポートフォリオを組むことで必ずもうかるような値に定まることがあってはならない。なぜか。