マクロ経済学初級Ｉ：練習問題 2 - 解答
2017 年 6 月 28 日

酢豚（第 1 財）の消費量を x_1 と書き、エビチリ（第 2 財）のそれを x_2 と書くことにする。また、酢豚の価格を p_1、エビチリの価格を p_2、消費者の所得を I と書く。価格と所得はすべて正の実数である。

このとき、練習問題 1 のそれぞれの効用関数を持つ消費者について、彼女の需要関数を導け。（ヒント：効用関数によっては、場合分けが必要になる。）

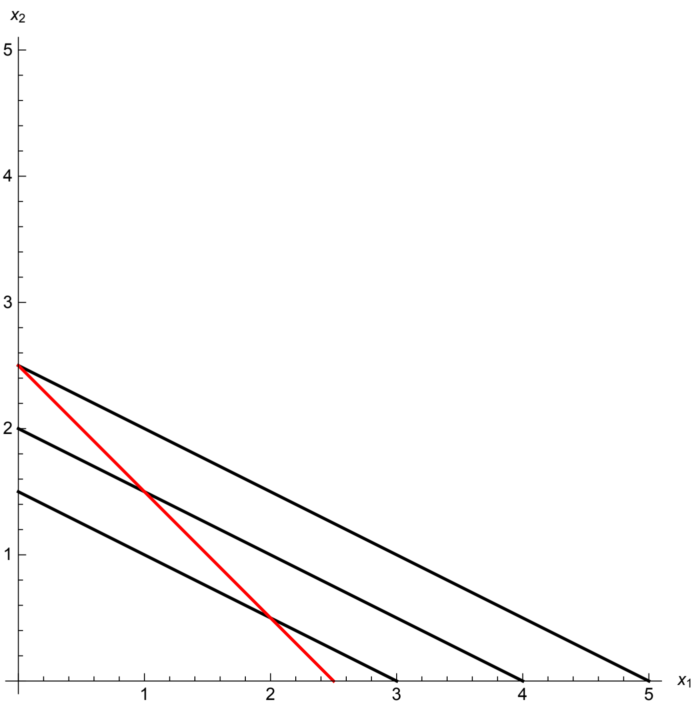
(1) $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

講義ノート、あるいは、(2) の解答を参照。

(2) $u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$

予算制約式を $p_1x_1 + p_2x_2 = I$ と書くことにすると、これを変形し、$x_2 = -(p_1/p_2)x_1 + I/p_2$ を得る。これを（x_1-x_2）平面にプロットすると、それは傾き（の絶対値。以下同じ）が p_1/p_2 の線分となる。

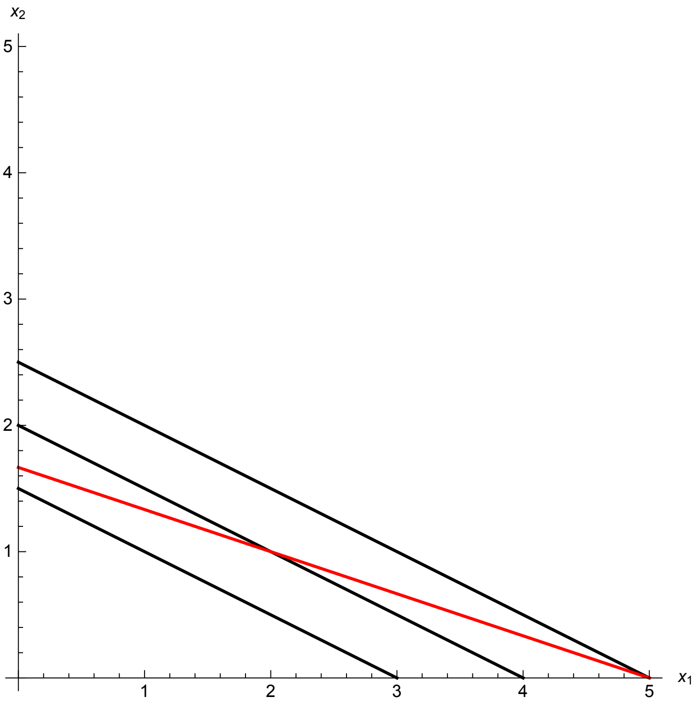
いま、p_1/p_2 が 1/2 より大きいとする。（1/2 は無差別曲線の傾きである）すると、予算制約線は、例えば、次の図の赤い線のようになる。（図では、$p_1 = p_2 = 1$、$I = 2.5$ としている）



この図で、黒い線で書かれているのは、無差別曲線群である。（練習問題 1(2) の解答を見よ）この図から、予算制約線上の点で、最も高い効用水準を達成しているのは $(x_1, x_2) = (0, 2.5)$ であるこ

とがわかる。すなわち、$p_1/p_2 > 1/2$ のとき、消費者は第 1 財を全く購入しないで、すべての所得 I を第 2 財に投入する。したがって、一般的に、この時の需要は $(x_1, x_2) = (0, I/p_2)$ である。

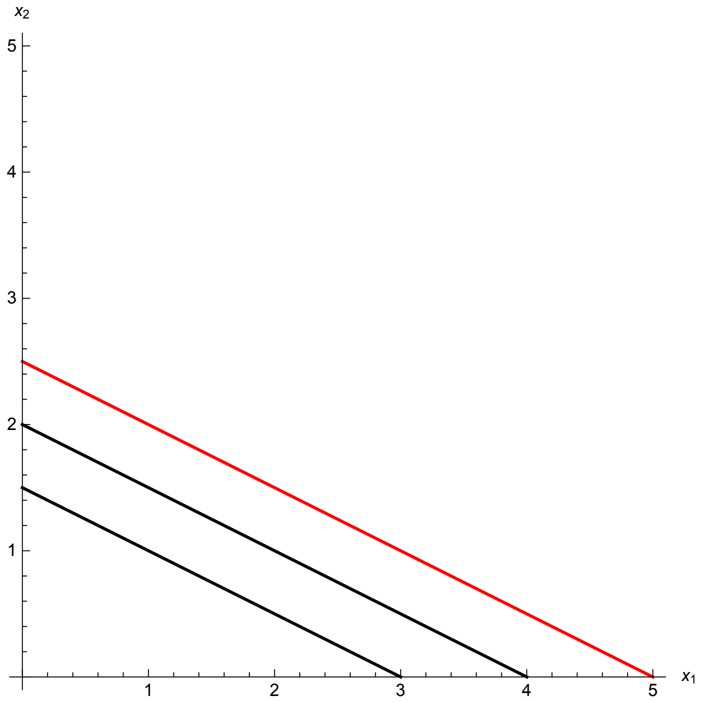
次に、$p_1/p_2 < 1/2$ の場合を考えてみよう。すると、次のような図が描ける。（図では、$p_1 = 1$、$p_2 = 3$、$I = 5$ としている）



この図から、予算制約線上の点で、最も高い効用水準を達成しているのは $(x_1, x_2) = (5, 0)$ であることがわかる。すなわち、$p_1/p_2 < 1/2$ のとき、消費者は第 2 財を全く購入しないで、すべての所得 I を第 1 財に投入する。したがって、一般的に、この時の需要は $(x_1, x_2) = (I/p_1, 0)$ である。

以上のことは次のように考えるとよくわかる。この消費者の効用関数を見ると、彼女は第 2 財を、第 1 財よりも、その「2 倍と同じくらい」高く評価している。よって、第 2 財の価格が第 1 財のそれの 2 倍未満であるならば、すべての所得を第 2 財の購入に充てる。しかし、その 2 倍を超えてしまった場合には、第 2 財の方が好きとはいえ、コスパ的に割が悪く、第 1 財のみを購入することになる。

最後に、$p_1/p_2 = 1/2$ となる場合を考えよう。図は次のようになる。



ここでは、無差別曲線のうちの 1 つと、予算制約線が完全に重なってしまっている。よって、予算制約線上のどの点も、全く同じ効用水準を達成していることがわかる。消費者にとって、予算を使い切るならば、第 1 財と第 2 財の組み合わせはどうでもよい。

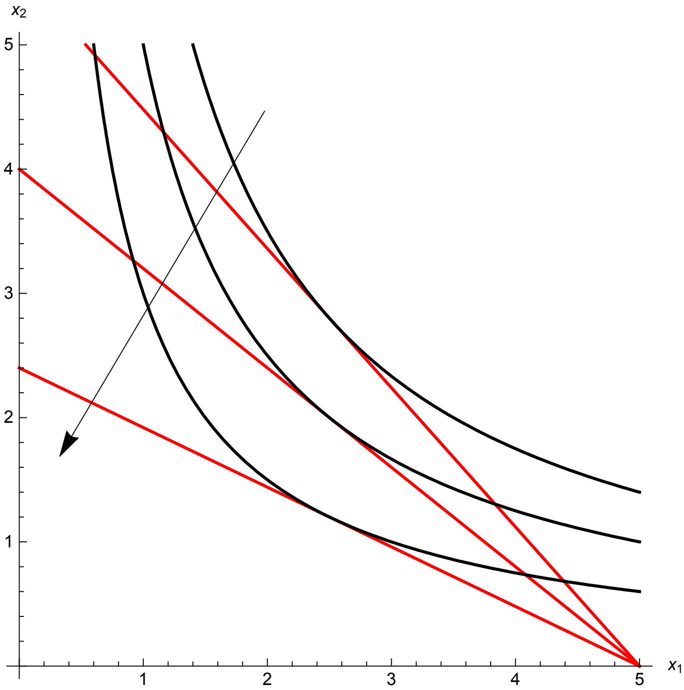
以上をまとめると、次の需要関数が得られる。

$$(x_1^*, x_2^*) = \begin{cases} (0, I/p_2) & \text{if} \quad p_1/p_2 > 1/2 \\ \text{予算 } I \text{ を使い切るすべての組み合わせ} & \text{if} \quad p_1/p_2 = 1/2 \\ (I/p_1, 0) & \text{if} \quad p_1/p_2 < 1/2 \end{cases}$$

いくつか注意をしていおく。まず、* の記号は、何かを（ここでは効用を）最大化しているものを表すことが多いので、ここでも使っている。次に、需要「関数」とは、2 財の価格と所得が決まると、それに応じて消費者の選ぶ 2 財の組み合わせを割り当てる対応関係のことをいう。上の 3 つのすべてのケースで、財の組み合わせが 2 財の価格と所得、すべてに依存してい決まっていること、および、場合分けそのものが 2 財の価格に依存していることに注意すると、これが関数になっていることがよくわかる。なお、数学的に言うと、上のものは厳密には「関数」ではないかもしれないけれど（特に $p_1/p_2 = 1/2$ の場合）、ここではさして重要なことではないので気にする必要はありません。

(3) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

第 2 財の価格が上昇したとしよう。ただし、第 1 財の価格と所得は変化しないものとする。すると、次の図で、赤い線で描かれた予算制約線の傾きは次第に小さくなっていく。つまり、赤い線は、より下方に位置するものへとシフトしていく。（矢印を参照。黒い線は、練習問題 1(3) で求めた無差別曲線群である）

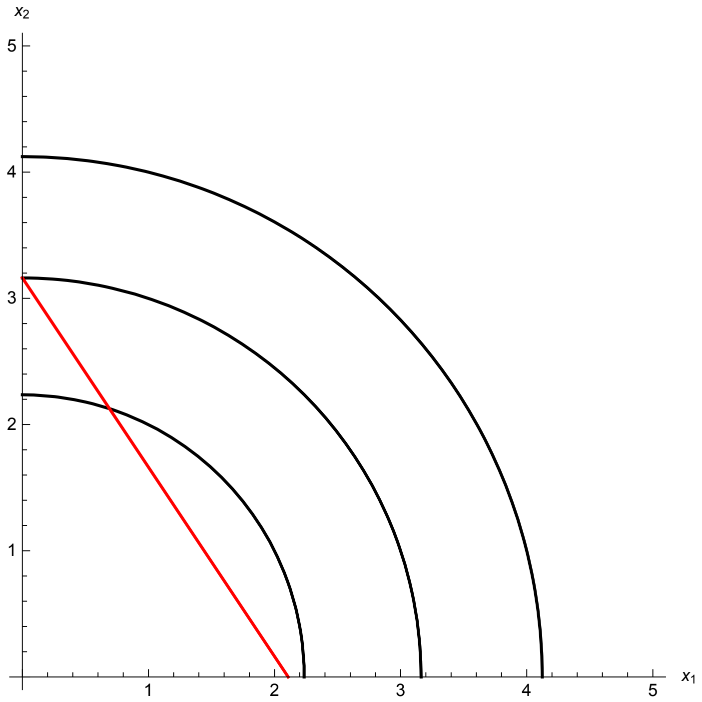


消費者が選ぶ財の組み合わせは、予算制約式と無差別曲線が接している点であるから（予算制約線が与えられたとき、その上にあり、かつ、最も高い効用に対応している無差別曲線上にある点）、この図より、第 2 財の価格が上昇するにつれて、第 2 財の需要量が減っていくことはすぐに見て取れる。（第 1 財の需要量が増えているか、あるいは減っているかは微妙である。考えてみること）

実はこの問題では、需要関数は正確に求めることができて、それは講義でしている。よって、それについては講義ノートを参照すること。

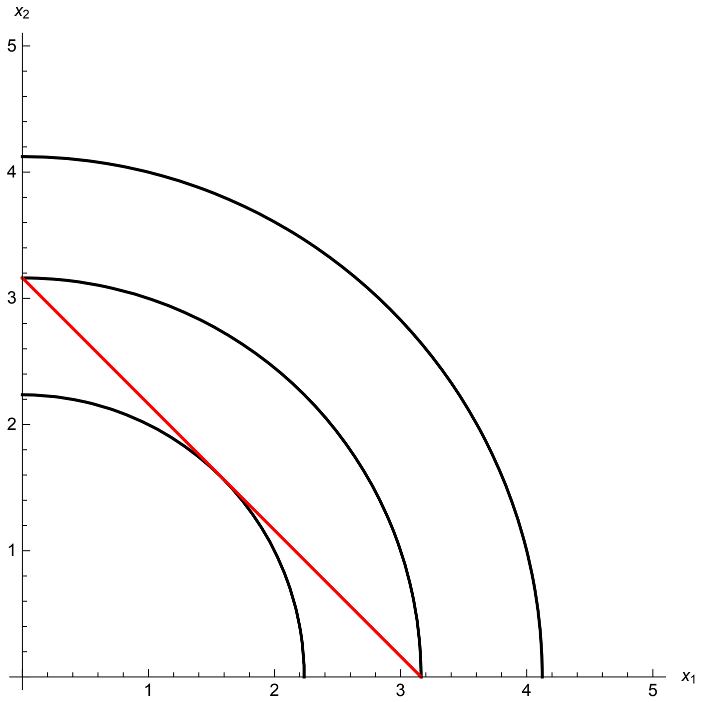
(4) $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$

まず、$p_1 > p_2$ であったとしよう。練習問題 1(4) で描いた無差別曲線群に予算制約線を書き入れる。ここで、$p_1 = 1.5$、$p_2 = 1$、$I = \sqrt{10}$ としている。



考え方は、問題 (1) や問題 (2) とほとんど同じである。予算制約線（図中、赤い線）上の点で、もっとも高い効用水準に対応している無差別曲線に乗っている点は $(x_1, x_2) = (0, \sqrt{10})$ である。この消費者は第 1 財と第 2 財を完全に対称的に考えているので、第 1 財の方が高価であるならば、第 2 財のみを消費する。第 2 財の価格は 1 なので、第 2 財を $\sqrt{10}$ 単位購入できる。逆に、$p_1 < p_2$ であった場合も、同様に考えることができる。

では、$p_1 = p_2$ のときはどうか。$p_1 = p_2 = 1$、$I = \sqrt{10}$ と仮定して図を描いてみると、次のようになる。



消費者は、$(x_1, x_2) = (0, \sqrt{10})$ あるいは $(x_1, x_2) = (\sqrt{10}, 0)$ で同じ効用水準 10 を得るので、この 2 点の間で無差別である。これ以外の予算制約線上の点では、10「未満」の効用しか得られない。

以上をまとめて、次の需要関数を得る。

$$(x_1^*, x_2^*) = \begin{cases} (0, I/p_2) & \text{if} \quad p_1/p_2 > 1 \\ \{(0, I/p_2), (I/p_1, 0)\} & \text{if} \quad p_1/p_2 = 1 \\ (I/p_1, 0) & \text{if} \quad p_1/p_2 < 1 \end{cases}$$