マクロ経済学初級Ｉ：練習問題４ - 解答
2017 年 6 月 29 日

講義で考えたものと、生産技術のみが異なるロビンソン・クルーソー経済を考える。この経済の生産技術は

$$x = f(L) = \sqrt{L}$$

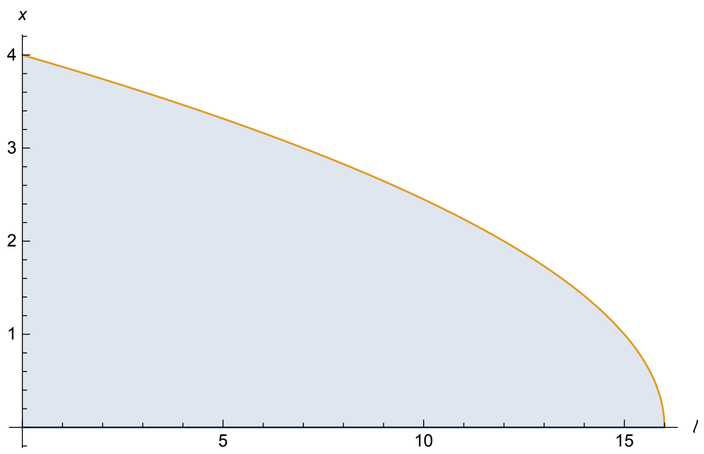
で与えられている。ここで、x はヤムの生産量（消費量）を、L はロビンソン・クルーソーが 1 日に働く労働時間を表している。彼は 1 日のうち、１６時間を労働か余暇（ℓ）に充て、効用関数

$$u(x, \ell) = x\ell$$

を最大化する。このとき、以下の各問に答えよ。

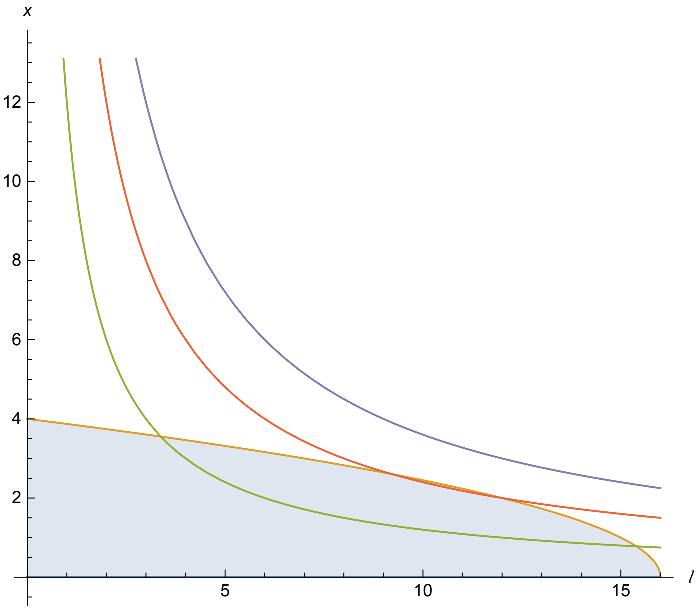
(1)　この経済の「生産可能性集合」を図示せよ。ただし、余暇の時間数 (ℓ) を横軸に、ヤムの生産量 (x) を縦軸に測ること。

次の図のようになる。縦横の比率を変えてある。



(2)　ロビンソン・クルーソーの「無差別曲線（群）」を同じ図に書き入れよ。

次の図。



(3) この経済の最適な配分（ロビンソン・クルーソーにとっての最適な労働時間とヤムの生産量）を求めよ。なお、関数 $-x^3+16x$ は、$x=4\sqrt{3}/3$ のときに最大値をとる。（注意：この講義では、微分の知識を必要としない。）

生産関数から、$x^2=L$ であるが、$\ell+L=16$ なので、$\ell=16-L=16-x^2$ となる。これを効用関数に代入し、$u(x,\ell)=x(16-x^2)=-x^3+16x$ を得るが、ロビンソン・クルーソーは x を上手に選んで、これが最大になるようにする。問題のヒントから、これを実現する x は $x=4\sqrt{3}/3$ であることがわかる。また、このときの L は $L=x^2=(4\sqrt{3}/3)^2=16/3$ となる。以上から、最適配分は $(L^*,x^*)=(16/3,4\sqrt{3}/3)$ である。

(4) (3) で求めた最適配分を、(1) と (2) の図を用いて説明せよ。

(2) の図における生産可能性曲線とオレンジ色の無差別曲線の交点が最適な配分に対応している。最適な労働時間 ℓ^* は $\ell^*=16-L^*=16-16/3=32/3$ であり、これはこの交点の x-座標であることが図からわかる。