

## マクロ経済学初級 I : 練習問題 6

2017年7月19日

(1) 2期間生きる個人を考える。彼女の収入は、配当所得のみであるとし、今期の配当所得を  $D_0$ 、来期の配当所得を  $D_1$  と書くことにする。利率を  $r\%$  と書くことにすると、彼女の生涯所得の現在価値はいくらになるか。

ある個人が、現在手元にある 100 円を誰かに貸したとすると、これは、来期には、 $100 + r$  円となって、彼女の手元に戻ってくる。これは、明日の  $100 + r$  が、今期には、100 円の価値しかないことを意味している。(ここでは、お金を貸し付ける機会はずと仮定している。) では、来期の 100 円が、利率  $r\%$  のときに、現在、幾らの価値があるかを求めるには、 $x \times (1 + r/100) = 100$  を解けばよい。故に、 $x = 100/(1 + r/100)$  である。一般に、来期の所得  $D_1$  の現在価値は、同様に考えて  $x = D_1/(1 + r/100)$  となる。今期の所得と合わせ、結局、この個人の生涯所得の現在価値は、 $D_0 + D_1/(1 + r/100)$  である。

(2) 彼女は、利率  $r\%$  で、自由にお金の貸し借りができるものとする。彼女は、今期に借金をすると、来期には、それに利子を加えたものを返却しなければならない。あるいは、彼女が今期貯蓄を行った場合には、彼女は、来期、貯蓄額プラス利子所得を受け取る。このとき、彼女の予算制約線を 1 本の等式で書き表せ。

貸し付けを行った場合は、貸付額を正の数字で、借り入れを行った場合は、借入額を負の数字で表すことにする。このとき、今期には次の予算制約が成立している： $C_0 = D_0 - S$ 、ただし、 $C_0$  は今期の消費を、 $S$  は今期の貸し付け（銀行などへの貯金も含む。銀行の預け入れ利率も  $r\%$  と仮定する）、あるいは、借り入れ（ $S$  がマイナスの場合）を表している。借金をしているときには、今期の消費は、今期の所得を超えてもよい。来期には、利子収入、あるいは、利子支払があるために、来期の予算制約は次のようになる。 $C_1 = D_1 + S(1 + r/100)$ 、ただし、 $C_1$  は来期の消費を表している。この 2 つの予算制約線から  $S$  を消去して、整理すると、次を得る：

$$C_0 + \frac{C_1}{1 + r/100} = D_0 + \frac{D_1}{1 + r/100} \quad (1)$$

式 (1) の右辺は、生涯所得の現在価値、左辺は、今期の消費財の価格が 1、来期の消費財の価格が  $1/(1 + r/100)$  であることを表している。

このことは、次のように考えると分かりやすい。同じバナナでも、今日のバナナと、明日のバナナは、全く異なる 2 つの別々の財であると考え。 (ここで、「明日のバナナ」というのは、今日の残り物ではなく、明日に新規に供給される新鮮なバナナと考える。) 明日のバナナの価格は、明日まで待たなければ手に入らないことを反映して、今日のバナナと比較して、より安くなる。したがって、明日のバナナの (今日のバナナに対する) 相対価格は 1 よりも小さい。

(3) 今期 (第 0 期) の消費を  $C_0$  で、来期 (第 1 期) の消費を  $C_1$  で、それぞれ表すことにする。

いま、彼女の効用関数は  $C_0C_1$  で与えられている。効用最大化の結果、彼女の今期の貯蓄額はいくらになるか。(仮に、その数字がマイナスであれば、彼女は「借金」をしていることになる。)

消費者は、今期に、今期と来期に、それぞれ、どれだけの消費を行うかを計画する。重要なのは、今期にこの計画が行われることである。これは、効用関数  $C_0C_1$  を予算制約式 (1) のもとで最大化することに他ならない。コブ=ダグラス型効用関数から導かれる需要関数は、何度も講義でやったように、「 $C_i$  の需要 =  $(1/2) \cdot$  所得 /  $C_i$  の価格」 ( $i = 0, 1$ ) であるから、

$$C_0 = \frac{1}{2} \left( D_0 + \frac{D_1}{1 + r/100} \right)$$

かつ

$$C_1 = \frac{1}{2} \left( D_0 + \frac{D_1}{1 + r/100} \right) \cdot (1 + r/100) = \frac{1}{2} ((1 + r/100)D_0 + D_1)$$

を得る。貯蓄は  $S = D_0 - C_0$  なので、上の計算から

$$S = \frac{1}{2} \left( D_0 - \frac{D_1}{1 + r/100} \right)$$

である。この式の意味するところは、今期の所得が来期のそれよりも多いとき (正確には、利子分を調整して)、貯蓄を行い、逆の時には、借金を行うことがわかる。このことは、コブ=ダグラス型の効用関数 (限界代替率が減少するような効用関数) を持つ消費者が、消費の平準化を行うことと整合的である。