

マクロ経済学初級 I : 練習問題 7

2016 年 7 月 19 日

資本ストックが K のとき、資本の限界生産性が A/K となる生産技術のもとで、每期生産を行う企業がある。ここで A は、奇数期（好況期）には 10 の値を、偶数期（停滞期）には 5 の値を、それぞれ交互に取り続ける。また、利率は 5% で、資本減耗はないものとする。さらに、奇数期の投資 (I) あるいは資本ストック (K') は常に同じ値を取り、同様に、偶数期の投資 (I') あるいは資本ストック (K) も常に同じ値を取ると仮定する。投資の調整速度を 0.5 と仮定し、以下の問題に解答せよ。ただし、「投資の調整速度」= 0.5 とは、次の期までには、最適な投資額の 1/2 しか実際には投資が行われないことを意味し（投資には、時間が掛かるため）、よって企業は（その時点では必ずしも最適とは限らない）資本ストックから、その期に行われるべき最適な投資額を計算するものの、その半分しか実現しない、という過程が延々と続くものとする。

(1) 偶数期の資本ストック (K) と、奇数期の投資 (I) の間に成立する関係式を導け。

奇数期の望ましい資本ストックを K'^* と書くことにすると、 $10/K'^* = 0.05$ より、 $K'^* = 200$ となる。偶数期の資本ストックが K で、目的とする投資の半数しか実現しないのであるから、 $I = (K'^* - K)/2 = (200 - K)/2$ である。

(2) 奇数期の資本ストック (K') と、偶数期の投資 (I') の間に成立する関係式を導け。

問題 (1) と同様に考えて、 $I' = (100 - K')/2$ となる。

(3) 資本減耗がないという仮定から、 $K' = K + I$ および $K = K' + I'$ という関係が成立することを確認せよ。

資本ストックが摩耗や陳腐化によって減耗することがない、と仮定しているのだから、「今期の資本ストック、プラス、今期の投資」が、そのまま来期の資本ストックとなる。

(4) 以上から、奇数期の投資と偶数期の投資を求めよ。

問題 (1) と問題 (2) のそれぞれの式、および、問題 (3) の 2 本の式を考えると、変数が 4 つある 4 本の連立方程式となることがわかる。この連立方程式を、 K 、 K' 、 I 、 I' について解いて、 $K = 400/3$ 、 $K' = 500/3$ 、 $I = 100/3$ 、 $I' = -100/3$ を得る。負の投資は、資本の取り崩しを意味し、この経済では、好況期と不況期で、正の投資と、それと同額の投資の取り崩しが交互に起こる。