

数理経済学 I 前期試験問題 「問題 B」

尾崎裕之* (問題 B は尾崎担当の後半部分についてである。)

2023 年 7 月 24 日

■問題 1: 集合 E はある位相空間の部分集合であるとする。(もっと具体的に、ユークリッド位相が \mathbb{R}^l に搭載されており、 $E \subset \mathbb{R}^l$ と考えてもらってもまったく構わない。次の問題 2 でも、同様。) 尾崎の講義で導入した位相空間上のコンパクト集合 E の定義を、講義で行ったように「開被覆」を用いて丁寧に記述せよ。

■問題 2: 前問で導入した位相空間上の部分集合のコンパクト性を否定する条件を書け。すなわち、集合 E がコンパクト集合とはなり得ないための条件を書け。(つまり、問題 1 で示したコンパクト集合の定義の否定を書くこと。)

■問題 3: 以下の 3 問では、実数の集合、 \mathbb{R} 、にユークリッド位相が搭載されていると仮定する。実数上の开区間 $(0, 1)$ がコンパクト集合ではないことを、問題 2 で求めたコンパクト集合ではないことを示す条件を用いて証明せよ。

■問題 4: 今度は、実数上の半开区間 $[0, 1)$ を考える。再び、問題 2 で求めたコンパクト集合ではないことを示す条件を用いて、半开区間 $[0, 1)$ がコンパクト集合ではないことを証明せよ。

■問題 5: 7 月 10 日に行った講義の範囲まで (7 月 10 日付の講義ノート「コンパクト集合 (2)」の最後のところまで) で証明した事実はすべて正しいとして (つまり、証明を一切繰り返すことなく)、実数上の閉区間 $[0, 1]$ がコンパクト集合であることを示せ。

■以上全五問です。