

『マクロ経済学中級 Ia』 FINAL EXAMINATION

慶應義塾大学経済学部 尾崎裕之 2015年7月27日

問題文をすべて読み終えてから、解答に取り掛かること。問題は、以下のモデル (Rawlsian Consumer with Sustained Growth) について問うものである。消費の流列 c_0, c_1, c_2, \dots が与えられたとき、無限期間生きる代表的消費者の (生涯) 効用は次で与えられるものとする：

$$U(c_0, c_1, c_2, \dots) = \inf_{t \geq 0} c_t$$

さらに、彼女の有する生産技術は次で記述される：

x_0 is given

$$c_0 + x_1 = \gamma x_0$$

$$c_1 + x_2 = \gamma x_1$$

...

ここで、 c_t は第 t 期の消費、 x_t は第 t 期期首の資本ストックを表しており、すべて非負の実数、特に x_0 は正の実数とする。また、 γ は $\gamma \geq 0$ を満たす定数とする。

問題 1： 代表的消費者の効用関数は再帰的 (recursive) である。彼女の効用関数が Koopmans 方程式を満たすことを、適当な aggregator を用いることによって示せ。ただし講義では、aggregator は第 2 変数に関して strict に増加関数でなければならないとしたが、この問題における aggregator は、第 2 変数について、必ずしも strict な増加関数ではない。(この問題について言えば、それは特に障害とはならないので、それはそれで構わないとする。)

問題 2： 価値関数 (value function) を v と書くとき、この最適成長モデルの Bellman 方程式を書き下せ。

問題 3： 定数 γ について、 $\gamma \leq 1$ と $\gamma > 1$ の 2 つのケースに場合分けし、それぞれについて価値関数を求めよ。

問題 4： 以上の結果に基づき、 $\gamma \leq 1$ と $\gamma > 1$ のそれぞれのケースについて、最適成長経路 $(c_0^*, c_1^*, \dots; x_1^*, x_2^*, \dots)$ を求めよ。

問題 5： この問題に解答した瞬間に、採点者である尾崎は、問題 1 から問題 4 について書かれていることをすべて完全に無視する。この問題については、完全解答にのみ得点を与えることとし (つまり、部分点は与えない)、しかも仮に完全解答であっても、「B」を超える評語を付けることはない。問題 1 から問題 4 へと至る方法と異なるいかなる手段を用いても構わないので、この最適成長モデルの最適成長経路を求めよ。また、それが実際に最適成長経路であることを、完全に正当化せよ。

以上。