

手: 運系電.

## 積分 II

### 微分積分学の基本定理

$$F(t) = \int_a^t f(s) ds$$

⇓

$$F'(t) = f(t)$$

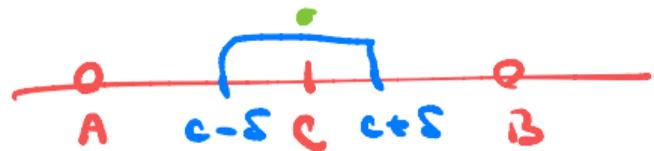
戸瀬 信之

ITOSE PROJECT

V01 Nov 10, 2020 for CalcNT

# 連続関数の性質 (1) (復習)

开区間  $(A, B)$  上の関数  $g: (A, B) \rightarrow \mathbf{R}$  について

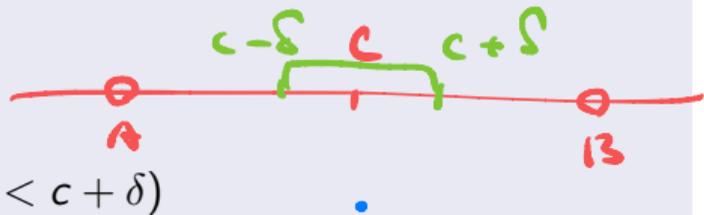


## Theorem

$g(t)$  が  $t = c \in (A, B)$  で連続とします。

(1)  $g(c) > 0$  ならば, ある  $\delta > 0$  に対して

$$g(t) > 0 \quad (c - \delta < t < c + \delta)$$



(2)  $g(c) < 0$  ならば, ある  $\delta > 0$  に対して

$$g(t) < 0 \quad (c - \delta < t < c + \delta)$$

証明は下巻

省略。

# 連続関数の性質 (2) (復習) — 定理の応用

开区間  $(A, B)$  上の関数  $f: (A, B) \rightarrow \mathbf{R}$  が  $t = c \in (A, B)$  で連続とします. 任意の  $\varepsilon > 0$  を取ります.

$g_1(t) := f(t) - f(c) + \varepsilon$  は

$$g_1(c) = f(c) - f(c) + \varepsilon = \varepsilon > 0$$

となりますから, ある  $\delta_1 > 0$  に対して  $c - \delta_1 < t < c + \delta_1$  ならば

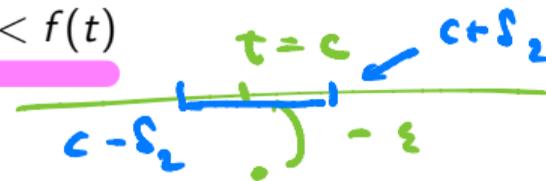
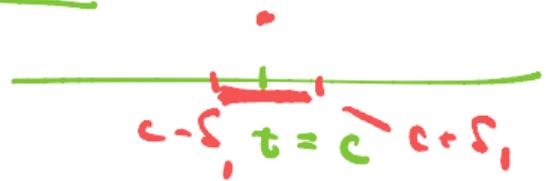
$$g_1(t) = f(t) - f(c) + \varepsilon > 0 \quad \text{i.e. } f(c) - \varepsilon < f(t)$$

$g_2(t) := f(t) - f(c) - \varepsilon$  は

$$g_2(c) = f(c) - f(c) - \varepsilon = -\varepsilon < 0$$

となりますから, ある  $\delta_2 > 0$  に対して  $c - \delta_2 < t < c + \delta_2$  ならば

$$g_2(t) = f(t) - f(c) - \varepsilon < 0 \quad \text{i.e. } f(t) < f(c) + \varepsilon$$

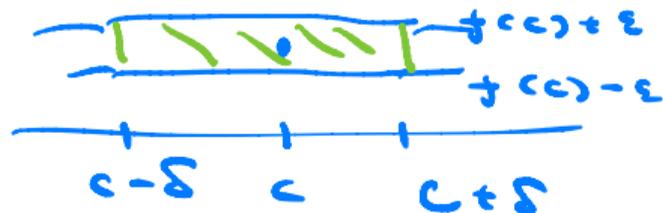


# 連続関数の性質 (2) (復習) 一定理の応用

このとき  $\delta = \min(\delta_1, \delta_2)$  とすると

$$c - \delta < t < c + \delta \Rightarrow f(c) - \varepsilon < f(t) < f(c) + \varepsilon$$

であることが分かります。



## Theorem

$f: (A, B) \rightarrow \mathbf{R}$  が  $t = c \in (A, B)$  で連続であるならば、ある  $\delta > 0$  が存在して

$$f(c) - \varepsilon < f(t) < f(c) + \varepsilon \quad (c - \delta < t < c + \delta)$$

# 微分積分学の基本定理 (1)

連続関数  $f: (A, B) \rightarrow \mathbf{R}$  と  $a < t$  を満たす  $a, t \in (A, B)$  に対して

$$F(t) := \int_a^t f(s) ds$$



と定義します.

## Theorem

$F(t)$  は微分可能で

$$F'(t) = f(t)$$

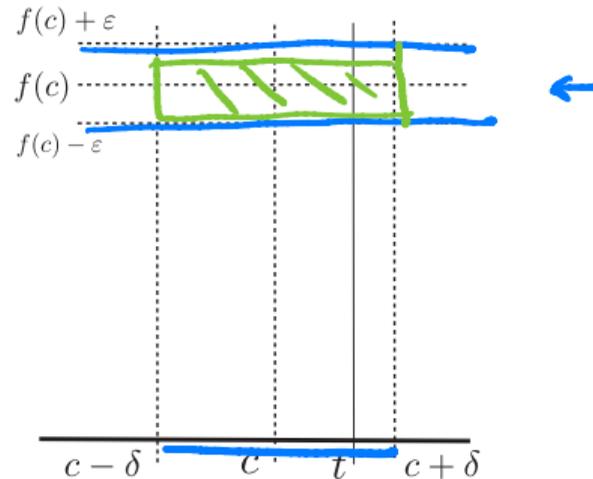
が成立します.

# 微分積分学の基本定理 (2) — 証明

$t = c \in (A, B)$  で微分可能であることを示します。任意の  $\varepsilon > 0$  に対してある  $\delta > 0$  が存在して

\*  $c - \delta < t < c + \delta \Rightarrow f(c) - \varepsilon < f(t) < f(c) + \varepsilon$

が成立します。



# 微分積分学の基本定理 (3) — 証明

$c < t < c + \delta$  とします. ( $c - \delta < t < c$  の場合も同様.) このとき

$$F(t) - F(c) = \int_a^t f(s) ds - \int_a^c f(s) ds = \int_c^t f(s) ds + \int_a^c f(s) ds - \int_a^c f(s) ds = \int_c^t f(s) ds$$

と

$$(f(c) - \varepsilon)(t - c) < \int_c^t f(s) ds < (f(c) + \varepsilon)(t - c)$$

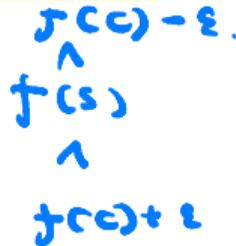
から

$$t > c.$$

$$\rightarrow f(c) - \varepsilon < \frac{F(t) - F(c)}{t - c} < f(c) + \varepsilon$$

これは

$$\frac{F(t) - F(c)}{t - c} \rightarrow f(c) \quad (t \rightarrow c)$$



$$G'(t) = f(t) \quad a \leq t$$

$$\int_a^b f(t) dt = G(b) - G(a)$$

---