

ガイダンス

emath2020 Lec01

Nobuyuki TOSE

May 06, 2020

講義の進め方

- スケジュール** ・最初の 30 分程度は，通信状況が許せば，WebEx を用いて講義と講義の間の接着剤として話をします．後述の小テストに関して必要ならば解説をすることもありますし，ビデオの補足をすることもあります．
- ・最後の 30 分は小テストをします．内容とレベルは毎回の演習問題レベルです．これは諸君が内容を理解しているか確認のためです．できなかつたら，勉強すればいいのです．それ以外に解決はありません．
 - ・残りの時間，すなわち中間の時間は質問を受け付けます．

講義の進め方 (2)

- 小テスト** ・小テスト問題は「授業支援」の講義のページにあるレポートから原則として講義終了 30 分前からダウンロードできるように設定します。(ダウンロード可能になるまで、提出を含めて見えませんので、慌てないように.)
- ・解答用紙は毎回共通で、手書きで作成して PDF 形式で提出してください。ほとんどの人はスマートフォンで写真に撮って、PDF 形式にするという流れだと思いますが、それについてはすでに説明してあります。ファイル名は学籍番号 L01.pdf という形式にしてください。第 1 講義は L01 です。
 - ・提出は講義終了後 5 分以内となっています。提出は最初の間は、「授業支援」の該当のページにあるレポートのところにしましょう。

PDF ファイルの作り方 Adobe の Scan アプリがお勧めです。その他にも、Google Drive などのクラウドを使う方法がありますから、これは資料を「資料置き場」からリンクしておきます。

講義の進め方 (3)

教科書・参考書 ・教科書は必要ないと思います。資料が十分にあります。演習問題もたくさんありますから、参考書は不要だと思います。

資料・伝達 ・ビデオ、演習問題などの資料は URL

<http://web.econ.keio.ac.jp/staff/tose/cours/2020/emath/>
からリンクをします。

・機密性の高い情報は「授業支援」のお知らせとメッセージで伝達します。機密性が低くて緊急性のない情報は「資料置き場」の News 欄に書いておきます。

質問 ・質問は随時、「授業支援」システムのメッセージを使って送ってください。数式を書く必要がある場合は、手書きの文書を PDF にしてメッセージで送ってください。掲示板もあって、諸君も書き込めるようにしてあります。

・「授業支援」のメッセージですが、返信はできます。

・リンク切れなどの緊急を要する場合は、

nobutose(at)keio.jp に電子メールで送ってください。

講義の進め方 (4)

- メールアドレス ・セキュリティを考えると keio.jo メールアドレスを常用してください。
- ・レポートを返却するのに keio.jp アドレスを教えてください。今日中にメッセージに返信する形で
学年・組・学籍番号・アドレス
を送ってください。

学習の進め方

ノート ・資料があるからノートなんていらなと思うかもしれませんが、資料が大量になりますから、まとめのノートは作った方がいいと思います。

演習問題 演習問題は講義内容に密接に作ってあります。ビデオを視聴することに加えて問題を解きましょう。

講義の目的

- 2年生，3年生で学ぶミクロ経済学，計量経済学をより深く理解するための数学を学びます。

前期 ミクロ経済学のための数学

- I 生産理論 (Production Theory)
- II 消費者理論 (Consumer Theory)

生産理論

2種類の生産要素 (production elements) I, II を原料として1種類の生産物 A を生産する.

		生産要素			生産物	
		I	II		A	
投入量	x	y		→	生産量	$z = f(x, y)$
価格	p	q			価格	r

ここで $f(x, y)$ を生産関数 (production function) と呼ぶ. この状況で利潤 (profit) は

$$\pi(x, y) = rf(x, y) - px - qy$$

となる. 利潤を最大にすることを考える.

生産関数の例

例 コブ・ダグラス型生産関数 (Charles Cobb, Paul Douglas)
 $A, \alpha, \beta > 0$ とする.

$$f(x, y) := Ax^\alpha y^\beta \quad (x, y > 0)$$

両辺の対数を考えると

$$\log f(x, y) = \alpha \log x + \beta \log y + \log A$$

となるので、これを用いて重回帰分析によって α, β, A を推定する.

別の例, CES (Constant Elasticity Substitution) 型生産関数については講義で紹介する.

利潤関数の最大化 (1)

第1象限 (1st quadrant)

$$\mathbf{R}_{++}^2 := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x, y > 0\}$$

上で考える. $P_0(x_0, y_0) \in \mathbf{R}_{++}^2$ とする.

π は P_0 で最大 \Rightarrow π は P_0 で極大

$$\Rightarrow \pi_x(P_0) = \pi_y(P_0) = 0$$

$$\begin{cases} r f_x(x_0, y_0) - p = 0 & (1) \\ r f_y(x_0, y_0) - q = 0 & (2) \end{cases}$$

となる.

利潤関数の最大化 (2)

U が \mathbb{R}^2 の開集合とする. $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ に対して

$(a, b) \in U$ で f が極大 (小) 値をとる

\Rightarrow

$$f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$$

利潤関数の最大化 (2)

陰関数定理を適用する条件の下で x, y の方程式と考えて,

$$\begin{cases} r f_x(x, y) - p = 0 \dots (1) \\ r f_y(x, y) - q = 0 \dots (2) \end{cases}$$

を x, y に関して解くと生産要素需要関数 (production element demand functions)

$$x = x(p, q, r), \quad y = y(p, q, r)$$

を得る.

問題

- 停留点, すなわち $\pi_x(x_0, y_0) = \pi_y(x_0, y_0) = 0$ を満たす (x_0, y_0) がどのような条件で \mathbb{R}_{++}^2 で極大, 最大になるか?
- 陰関数の定理を使って解くということはどういうことか?
- 生産要素需要関数 $x(p, q, r)$, $y(p, q, r)$ の p, q, r に関する挙動は?

消費者理論

予算 I をすべて支出して2つの財 (goods) 1 財と2財をそれぞれ x 単位, y 単位購入することを考えます. また効用関数 (utility function) が定義されているとします.

	1 財	2 財
購入量	x	y
価格	p	q

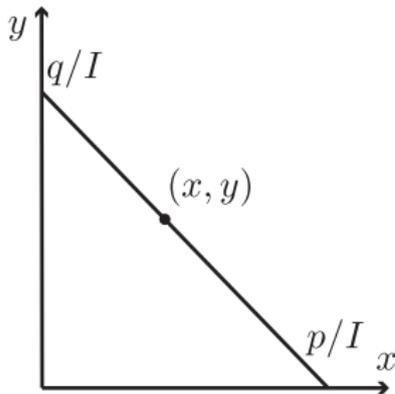
$$u : \mathbf{R}_{++}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$$

問題

制約条件 (constraint condition)

$$I - px - qy = 0$$

の下で $u(x, y)$ を最大化する.



Lagrange の未定乗数法

$P_0(x_0, y_0) \in \mathbb{R}_{++}^2$ において制約条件付き極値問題が最大値をとるとすると

$$\begin{cases} u_x(x_0, y_0) + \lambda(-p) = 0 \cdots (1) \\ u_y(x_0, y_0) + \lambda(-q) = 0 \cdots (2) \\ I - px_0 - qy_0 = 0 \cdots (3) \end{cases}$$

を満たす $\lambda \in \mathbb{R}$ が存在する (Lagrange の未定乗数法)。
さらに陰関数定理が適用できる条件の下で x, y, λ に関して

$$\begin{cases} u_x(x, y) + \lambda(-p) = 0 \cdots (1) \\ u_y(x, y) + \lambda(-q) = 0 \cdots (2) \\ I - px - qy = 0 \cdots (3) \end{cases}$$

を解くと 1 財と 2 財の需要関数 (demand functions) および所得の限界効用

$$x = x(p, q, I), \quad y = y(p, q, I), \quad \lambda = \lambda(p, q, I)$$

問題

- 停留点, すなわち (1),(2),(3) を満たす (x_0, y_0) がどのような条件で制約条件問題の極大点, 最大点になるか?
 - 解答の背景には効用関数の凹性, さらには 2 変数の 2 次形式の正 (負) 定値性
- 陰関数の定理を使って解くということはどういうことか?
- 間接効用関数を $v(p, q, I) = u(x(p, q, I), y(p, q, I))$ と定義すると

$$\frac{\partial v}{\partial I} = \lambda(p, q, I)$$

となる. これがあるので $\lambda(p, q, I)$ を所得の限界効用と呼びます.

- 需要関数 $x(p, q, I)$, $y(p, q, I)$ と所得の限界効用 $\lambda(p, q, I)$ の p, q, I に関する挙動は?

- 2 制約条件 3 (または 4) 変数の Lagrange の未定乗数法
 - 応用としてパレート最適化やポートフォリオ理論
- 計量経済学の準備 (線型代数)
 - 固有値問題, 最小二乗法など
- ポートフォリオ理論 (分散投資)