ガイダンス
経済数学入門 2020 Lec01

Nobuyuki TOSE

May 04, 2020

講義の進め方

スケジュール ・最初の 30 分程度は，通信状況が許せば，WebEx を用いて講義と講義の間の接着剤として話をします．後述の小テストに関して必要ならば解説をすることもありますし，ビデオの補足をすることもあります．
・最後の 30 分は小テストをします．内容とレベルは毎回の演習問題レベルです．これは諸君が内容を理解しているか確認のためです．できなかったら，勉強すればいいのです．それ以外に解決はありません．

小テスト ・小テスト問題は「授業支援」の講義のページから原則として講義終了 30 分前からダウンロードできるように設定します．

講義の進め方 (2)

小テスト ・小テスト問題は「授業支援」の講義のページから原則として講義終了 30 分前からダウンロードできるように設定します．
・解答用紙は毎回共通で，手書きで作成して PDF 形式で提出してください．ほとんどの人はスマートフォンで写真に撮って，PDF 形式にするという流れだと思いますが，それについてはすでに説明してあります．ファイル名は学籍番号 L01.pdf という形式にしてください．第 1 講義は L01 です．
・提出は講義終了後 5 分以内となっています．提出は最初の間は，「授業支援」の該当のページにしましょう．

PDF ファイルの作り方 Adobe の Scan アプリがお勧めです．その他にも，Google Drive などのクラウドを使う方法がありますから，これは資料を「資料置き場」からリンクしておきます．写真はグレイスケールで撮るといいようです．

講義の進め方 (3)

教科書・参考書 ・コアテキストを教科書にあげていますが，なくてもなんとかなるように資料を工夫しようと思っています．演習問題がたくさんありますから，参考書は不要だと思います．

資料・伝達 ・ビデオ，演習問題などの資料は URL
http://web.econ.keio.ac.jp/staff/tose/cours/2020/intro/
からリンクをします．
・機密性の高い情報は「授業支援」のお知らせとメッセージで伝達します．機密性が低くて緊急性のない情報は「資料置き場」の News 欄に書いておきます．

質問 ・質問は随時，「授業支援」システムのメッセージを使って送ってください．数式を書く必要がある場合は，手書きの文書を PDF にしてメッセージで送ってください．
・リンク切れなどの緊急を要する場合は，
nobutose(at)keio.jp に電子メールで送ってください．

講義の進め方 (4)

メールアドレス　・セキュリティーを考えると keio.jo メールアドレスを常用してください．
・そのうち，レポートを返却するのに keio.jp アドレスを教えてもらうことになります．

学習の進め方

ノート　・資料があるからノートなんていらないと思うかもしれませんが，資料が大量になりますから，まとめのノートは作ったらいいと思います．

演習問題　演習問題は講義内容に密接に作ってあります．ビデオを視聴することに加えて問題を解きましょう．

講義の目的

- 2 年生，３年生で学ぶミクロ経済学，計量経済学をより深く理解するための数学を学びます．

前期の内容

前期 ミクロ経済学のための数学

- **I** 生産理論 (Production Theory)

後期 ミクロ経済学のための数学，データ解析・計量経済学の準備

- **II** 消費者理論 (Consumer Theory)
- 計量経済学の準備（線型代数）
  - 固有値問題，最小二乗法など
- ポートフォリオ理論（分散投資）

2 種類の生産要素 (production elements)I, II を原料として 1 種類の生産物 A を生産する．

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & \multicolumn{2}{c}{\text{生産要素}} & & & \text{生産物} \\
 & I & II & & & A \\
\text{投入量} & x & y & \longrightarrow & \text{生産量} & z = f(x,y) \\
\text{価格} & p & q & & \text{価格} & r
\end{array}
$$

ここで $f(x,y)$ を生産関数 (production function) と呼ぶ．この状況で利潤 (profit) は

$$\pi(x,y) = rf(x,y) - px - qy$$

となる．利潤を最大にすることを考える．

生産関数の例

例 コブ・ダグラス型生産関数 (Charles Cobb, Paul Douglas)
$A, \alpha, \beta > 0$ とする.

$$f(x, y) := Ax^{\alpha}y^{\beta} \quad (x, y > 0)$$

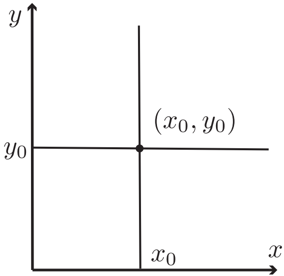
偏微分

$\mathbf{R}^2_{++}$ 上の関数 $\pi(x, y)$ を考えます.
$(x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2_{++}$ で考えます.

$$F(x) := \pi(x, y_0) \quad (x > 0)$$

$$G(y) := \pi(x_0, y) \quad (y > 0)$$

を考えます.



ここで π の (x_0, y_0) における偏微分を

$$\pi_x(x_0, y_0) = F'(x_0), \quad \pi_y(x_0, y_0) = G'(y_0)$$

と定義します.

基本定理

定理開区間 (a, b) 上の関数 $F(x)$ が $x_0 \in (a, b)$ で極大（極小）ならば

$$F'(x_0) = 0$$

これを適用すると

定理 $\mathbb{R}^2_{++}$ 上の関数 $\pi(x, y)$ が (x_0, y_0) で極大，すなわち，(x_0, y_0) を中心とするある半径 $\delta > 0$ の開円盤 $B_\delta(x_0, y_0)$ 上で考えると π は (x_0, y_0) で最大：

$$\pi_(x, y) \leq \pi_(x_0, y_0) \quad ((x, y) \in B_\delta(x_0, y_0))$$

が成立するならば

$$\pi_x(x_0, y_0) = \pi_y(x_0, y_0) = 0$$

利潤関数の最大化 (1)

第 1 象限 (1st quadrant)

$$\mathbf{R}^2_{++} := \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ x,y > 0\}$$

上で考える．$\mathrm{P}_0(x_0,y_0) \in \mathbf{R}^2_{++}$ とする．

$$\begin{aligned} \pi \text{は} \mathrm{P}_0 \text{で最大} &\Rightarrow \quad \pi \text{は} \mathrm{P}_0 \text{で極大} \\ &\Rightarrow \quad \pi_x(\mathrm{P}_0) = \pi_y(\mathrm{P}_0) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} r f_x(x_0,y_0) - p = 0 & (1) \\ r f_y(x_0,y_0) - q = 0 & (2) \end{cases}$$

となる．

利潤関数の最大化 (2)

x, y の方程式と考えて，

$$\begin{cases} rf_x(x,y) & - & p & = & 0 & \ldots(1) \\ rf_y(x,y) & - & q & = & 0 & \ldots(2) \end{cases}$$

を x, y に関して解くと生産要素需要関数 (production element demand functions)

$$x = x(p,q,r),\ y = y(p,q,r)$$

を得る．

問題

- 停留点，すなわち $\pi_x(x_0, y_0) = \pi_y(x_0, y_0) = 0$ を満たす (x_0, y_0) がどのような条件で R^2_{++} で極大，最大になるか？
- 生産要素需要関数を求めるときに「解く」ということはどういうことか？
- 生産要素需要関数 $x(p, q, r)$, $y(p, q, r)$ の p, q, r に関する挙動は？

消費者理論

予算 I をすべて支出して 2 つの財 (goods)1 財と 2 財をそれぞれ x 単位，y 単位購入することを考えます．また効用関数 (utility function) が定義されているとします．

	1 財	2 財
購入量	x	y
価格	p	q

$$u: \mathbf{R}^2_{++} \longrightarrow \mathbf{R}$$

問題

制約条件 (constraint condition)

$$I - px - qy = 0$$

の下で $u(x, y)$ を最大化する．