第 2 講義 05 月 11 日　演習問題解答

I 次の曲面の P_0 における接平面を求めましょう。

(1) $z = xy - 2x + 2y - 1$ at $\mathrm{P}_0(0, 0, -1)$

(2) $z = \frac{x}{x+y}$ at $\mathrm{P}_0(1, -2, -1)$

(3) $z = x^2 - xy + 2y^2$ at $\mathrm{P}_0(2, 1, 4)$

(4) $z = \frac{y}{1+x^2}$ at $\mathrm{P}_0(0, 0, 0)$

(2) と (4) では 1 変数の微分の公式

$$\left(\frac{g}{f}\right)' = \frac{g'f - gf'}{f^2}$$

を用いましょう。

解答 (1)

$$z_x = y - 2, \quad z_y = Fx + 2$$

から

$$z_x(0, 0) = -2, \quad z_y(0, 0) = 2$$

となります. よって $\mathrm{P}_0(0, 0, -1)$ における接平面は

$$z = -2x + 2y - 1$$

であることが分かります.

(2)

$$z_x = \frac{1 \cdot (x + y) - x \cdot 1}{(x + y)^2} = \frac{y}{(x + y)^2}, \quad z_y = \frac{-x}{(x + y)^2}$$

から

$$z_x(1, -2) = -2, \quad z_y(1, -2) = -1$$

となります. よって $\mathrm{P}_0(1, -2, -1)$ における接平面は

$$z = -2(x - 1) - (y + 2) - 1$$

であることが分かります.

(3)

$$z_x = 2x - y, \quad z_y = -x + 4y$$

から

$$z_x(2, 1) = 3, \quad z_y(2, 1) = 2$$

となります. よって $\mathrm{P}_0(2, 1, 4)$ における接平面は

$$z = 3(x - 2) + 2(y - 1) + 4$$

であることが分かります.

(4)

$$z_x = -\frac{y(2x)}{(1 + x^2)^2} = -\frac{2xy}{(1 + x^2)^2}, \quad z_y = \frac{1}{1 + x^2}$$

から

$$z_x(0, 0) = 0, \quad z_y(0, 0) = 1$$

となります. よって $\mathrm{P}_0(0, 0, 0)$ における接平面は

$$z = y$$

であることが分かります.

II 以下の曲線 $g(x, y) = 0$ の P_0 における接線を求めましょう.

(1) $g(x, y) = x^2 + 4y^2 - 1 = 0$ at $P_0(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}})$

(2) $g(x, y) = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}} - 1 = 0$ at $P_0(1, 1)$

(3) $g(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 1 = 0$ at $P_0(0, 1)$

解答 **(1)** $g_x = 2x,\ g_y = 8y$ から

$$g_x(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}) = \sqrt{2}, \quad g_y(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}) = 2\sqrt{2}$$

と計算されます. 従って $\mathrm{P}_0(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}})$ における接線は

$$\sqrt{2}(x - \frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\sqrt{2}(y - \frac{1}{2\sqrt{2}}) = 0$$

となります.

(2) $g_x = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}},\ g_y = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}$ から

$$g_x(1,1) = \frac{1}{3}, \quad g_y(1,1) = \frac{1}{3}$$

となりますから, $\mathrm{P}_0(1,1)$ における接線は

$$\frac{1}{3}(x-1) + \frac{1}{3}(y-1) = 0$$

となります.

(3) $g_x = 2x - y,\ g_y = -x + 2y$ から

$$g_x(0,1) = -1, \quad g_y(0,1) = 2$$

となりますから, $\mathrm{P}_0(1,1)$ における接線は

$$-1\cdot(x-0)+2(y-1) = 0 \quad \text{すなわち} \quad -x+2(y-1) = 0$$

となります.

III クラメールの公式を用いて

$$\begin{cases} x + y - z &= 1 \\ 2x - y + z &= -1 \end{cases}$$

を満たす (x, y, z) に対して x, y を z で表しましょう。

解答

$$\begin{cases} x + y &= z + 1 \\ 2x - y &= -z - 1 \end{cases}$$

をクラメールの公式を用いて x, y について解くと

$$x = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} \cdot \begin{vmatrix} z+1 & 1 \\ -z-1 & -1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{3} \cdot 0$$

$$y = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} \cdot \begin{vmatrix} 1 & z+1 \\ 2 & -z-1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{3}(-3z-3) = z+1$$

IV 資本 K, 労働力 L の投入に対する生産関数

$$Q = F(K, L) = 9K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$$

を考えます.

(1) $K = 216$ and $L = 10^3$ に対する生産量 Q を求めましょう.

(2) $(K, L) = (216, 10^3)$ のときの資本の限界生産物 MPK と労働の限界生産物 MPL を求めて, $F(216, 998)$ と $F(217.5, 10^3)$ の近似値を求めましょう.

解答 計算のために $216 = 6^3$ に注意しましょう. このとき

$$Q = F(216, 10^3) = 9 \times \left(6^3\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(10^3\right)^{\frac{2}{3}} = 9 \times 6 \times 10^2 = 5400$$

であることが分かります. 次に MPK と MPL を以下のように求めます.

$$F_K(K, L) = 3K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{2}{3}}, \quad F_L(K, L) = 6K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{1}{3}}$$

従って $K=216=6^3$, $L=10^3$ のとき

$$\begin{aligned}MPK=F_K(216,10^3)&=3\left(6^3\right)^{-\frac{2}{3}}\left(10^3\right)^{\frac{2}{3}}\\&=3\times\frac{1}{36}\times 10^2=\frac{1}{12}\times 10^2=8.33\ldots\\MPL=F_L(216,10^3)&=6\times\left(6^3\right)^{\frac{1}{3}}\left(10^3\right)^{-\frac{1}{3}}\\&=6\times 6\times 10^{-1}=3.6\end{aligned}$$

以上から $F_L(216,10^3)$ を用いて $F(216,998)=F(216,10^3-2)$ の近似値を

$$\begin{aligned}F(216,10^3+2)&\approx F(216,10^3)+F_L(216,10^3)\cdot(-2)\\&=5400+3.6\times(-2)=5392.8\end{aligned}$$

と求めます．さらに $F_K(216,10^3)$ を用いて $F(217.5,10^3)=F(216+1.5,10^3)$ の近似値を

$$\begin{aligned}F(216+1.5,10^3)&\approx F(216,10^3)+F_K(216,10^3)\cdot 1.5\\&=5400+\frac{1}{12}\times 10^2\times 1.5=5412.5\end{aligned}$$

と求めます．

V 次の 3 点 A, B, C を通る平面の方程式を求めましょう．
(1) $\mathrm{A}(0,0,0)$, $\mathrm{B}(1,2,3)$, $\mathrm{C}(4,5,6)$
(2) $\mathrm{A}(2,0,0)$, $\mathrm{B}(0,3,0)$, $\mathrm{C}(0,0,4)$
(3) $\mathrm{A}(1,2,3)$, $\mathrm{B}(-1,-1,0)$, $\mathrm{C}(2,-3,5)$

解答以下では

$$\vec{p}=\begin{pmatrix}p_1\\p_2\\p_3\end{pmatrix},\quad \vec{q}=\begin{pmatrix}q_1\\q_2\\q_3\end{pmatrix}$$

に対して

$$\vec{p}\times\vec{q}=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}p_2&q_2\\p_3&q_3\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}p_1&q_1\\p_3&q_3\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}p_1&q_1\\p_2&q_2\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

と $\vec{p}$ と $\vec{q}$ の外積を定めると

$$(\vec{p},\vec{p}\times\vec{q})=(\vec{q},\vec{p}\times\vec{q})=0$$

が成立することを用いています．これは講義の中で説明します．

(1)

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\6\\-3\end{pmatrix}=-3\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$$

から原点を通り法線ベクトルが $\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ であるので，求める平面の方程式は

$$x-2y+z=0$$

であることが分かります．

(2)

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$$

は平面を表して，与えられた 3 点を通るので，これが求める方程式となります．

(3)

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-1\\-3\end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\begin{pmatrix}2\\-3\\5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-5\\2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

から平面の法線ベクトルは $\left(\begin{smallmatrix} -17 \\ 1 \\ 11 \end{smallmatrix}\right)$ であることが分かります．これから求める平面の方程式は

$$-17(x-1+(y-2))+11(z-3)=0$$

となります.

VI 次の行列の逆行列を求めましょう.
(1) $A=\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ **(2)** $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **(3)** $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$
(4) $A=\begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **(5)** $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **(6)** $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ **(7)** $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

解答

(1) $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} = \cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ から

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

となります.

(2) $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1-(-1)\cdot 1=2$ から

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

となります.

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1-\lambda\cdot 0=1$ から

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\lambda & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\lambda & 1 \end{pmatrix}$$

となります.

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1-0\cdot\lambda=1$ から

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 1 & -\lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

となります.

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot 2-1\cdot 1=1$ から

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

となります.

(6) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -2$ から

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

となります.

(7) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 5 \cdot 1 = 1$ から

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

となります.

VII 以下の等式を満たす 2 次正方行列 X を求めましょう.

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ **(ii)** $X \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

解答 (i) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 4 = 5 \neq 0$ から $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ が正則であることが分かる. 両辺に $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$ を左から掛けて

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

を得るが,

$$(\text{左辺}) = I_2 X = X$$

となるので

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} -7 & -8 \\ 11 & 14 \end{pmatrix}$$

となる.

(ii) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 18 - 20 = -2 \neq 0$ から $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ が正則であることが分かる. 両辺に $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}^{-1}$ を右から掛けて

$$X\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}^{-1}$$

を得るが,

$$(\text{左辺}) = X I_2 = X$$

となるので

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -17 & 11 \end{pmatrix}$$

となります.

VIII 2 次正方行列 A, B が正則であるとします. このとき AB と A^{-1} が正則であることを示しましょう.

解答

$$AB \cdot B^{-1}A^{-1} = A(BB^{-1})A^{-1} = AI_2A^{-1} = AA^{-1} = I_2$$
$$B^{-1}A^{-1} \cdot AB = B^{-1}(A^{-1}A)B = B^{-1}I_2B = B^{-1}B = I_2$$

から AB は正則で

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

であることが分かります.

他方

$$A^{-1}A = I_2, \quad AA^{-1} = I_2$$

から A^{-1} は正則で

$$\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$$

であることが分かります.

IX 2 次正方行列 $A = (\vec{a}_1\ \vec{a}_2)$ が

$$A\vec{x} = \vec{0} \quad (\vec{x} \in \mathbf{R}^2)$$

を満たすとします. このとき $A = O_2$ となることを示しましょう.

Hint: 標準単位ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を $\vec{x}$ として考えましょう.

解答

$$A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{a}_1, \quad A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{a}_2$$

から

$$A = (\vec{0}\ \vec{0}) = O_2$$

が従います.

X $g(x, y) = x^2 - y^2 - 1 = 0$ をその上の点 $(2, \sqrt{3})$ の近傍で解いて

$$\varphi(x) = \sqrt{x^2 - 1} \tag{1}$$

とします. $\varphi'(2)$ を g の 1 階の偏微分係数を用いて求めましょう.

解答

$$g_x = 2x,\ g_y = -2y$$

と計算します．このとき

$$\varphi'(2) = -\frac{g_x(2,\sqrt{3})}{g_y(2,\sqrt{3})} = -\frac{4}{(-2\sqrt{3})} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

と計算されます.

XI Cobb-Douglas 型生産関数

$$Q = F(K,L) = 4K^{\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{4}} \tag{2}$$

に対して $F(10^4+100, 625+(-15))$ の近似値を $K=10^4$, $L=625$ における MPK,MPL を用いて求めましょう．電卓でも計算してみましょう.

解答

$$F_K(K,L) = 3K^{-\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{4}}, \quad F_L(K,L) = K^{\frac{3}{4}}L^{-\frac{3}{4}}$$

から $K=10^4$, $L=625=5^4$ において MPK, MPL が

$$\begin{aligned} MPK &= F_K(10^4,5^4) = 3\times\left(10^4\right)^{-\frac{1}{4}}\times\left(5^4\right)^{\frac{1}{4}} \\ &= 3\times 10^{-1}\times 5 = 1.5 \\ MPL &= F_L(10^4,5^4) = \left(10^4\right)^{\frac{3}{4}}\times\left(5^4\right)^{-\frac{3}{4}} \\ &= 10^3\times 5^{-3} = 8 \end{aligned}$$

と計算されます．さらに

$$F(10^4,5^4) = 4\times\left(10^4\right)^{\frac{3}{4}}\times\left(5^4\right)^{\frac{1}{4}} = 4\times 10^3\times 5 = 2.0\times 10^4$$

も計算できます．以上の準備の下で $F(10^4+100, 5^4+(-15))$ の近似値を求めると

$$\begin{aligned} F(10^4+100,5^4+(-15)) &\approx F(10^4,5^4) + F_K(10^4,5^4)\times 100 + F_L(10^4,5^4)\times(-15) \\ &= 2.0\times 10^4 + 1.5\times 100 + 8\times(-15) \\ &= 20,030 \end{aligned}$$

となります．Google Chrome で計算してみると

$$F(10^4+100,5^4+(-15)) = 20,027.81$$

となります.

XII ある工場が非熟練労働 x 時間，熟練労働 y 時間を使ってある生産物を

$$Q = F(x,y) = 60x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

単位生産していて，現在 $x=64$, $y=27$ となっているとします.

(1) 現在の生産量を求めましょう.

(2) どの方向に (x,y) を変化させれば Q が最も増加するでしょうか？

(3) 熟練労働を 1.5 時間増加させるが，生産レベルを保つとします．非熟練労働はどのように変化させることになるか近似値を求めましょう.

解答 (1) $64=4^3, 27=3^3$ に注意します．すると

$$F(64,27)=60\times\left(4^3\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}=60\times4^2\times3=2,880$$

と現在の生産量が求められます.

(2)

$$F_x=60\times\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}\times y^{\frac{1}{3}}=40\times x^{-\frac{1}{3}}\times y^{\frac{1}{3}}$$
$$F_x=60\times x^{\frac{2}{3}}\times\frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}=20\times x^{\frac{2}{3}}\times y^{-\frac{2}{3}}$$

から

$$F_x(64,27)=40\times\left(4^3\right)^{-\frac{1}{3}}\times\left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}=40\times\frac{1}{4}\times3=30$$
$$F_y(64,27)=20\times\left(4^3\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(3^3\right)^{-\frac{2}{3}}=20\times4^2\times3^{-2}=\frac{320}{9}$$

と計算されます．これから

$$\nabla(F)(64,27)=\begin{pmatrix}30\\ \frac{320}{9}\end{pmatrix}$$

の方向が Q を最も増加させる方向です.

(3) 等量曲線

$$F(x,y)=F(64,27)$$

の $(x,y)=(64,27)$ における接線

$$30(x-64)+\frac{320}{9}(y-27)=0$$

上で近似的に考えます．熟練労働の時間を $y=27+1.5$ とすると

$$\begin{aligned}x-64&=-\frac{320}{9}\times\frac{1}{30}\times1.5\\&=-\frac{16}{9}=-1.77\ldots\end{aligned}$$

となりますから非熟練労働の時間を $1.77\ldots$ 時間減らすことになります.

XIII 曲線 $g(x,y):=x^2-xy+y^2-1$ を $(1,1)$ の近傍で解いた

$$y=\varphi(x)=\frac{x+\sqrt{4-3x^2}}{2}$$

に対して $\varphi'(1)$ を g の 1 階の偏微分係数を用いて求めましょう.

解答

$$g_x=2x-y,\quad g_y=-x+2y$$

となります．これから

$$\varphi'(1)=-\frac{g_x(1,1)}{g_y(1,1)}=-\frac{2-1}{-1+2}=-1$$

であることが分かります.