

Part 01

平面の方程式

平面の方程式

点 P_0 を通り $\vec{n} (\neq \vec{0})$ に垂直な平面 α を考えます. α の任意の点 P に対して

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{P_0P} = 0$$

が成立します. P_0 の座標が (x_0, y_0, z_0) , P の座標が (x, y, z) ,

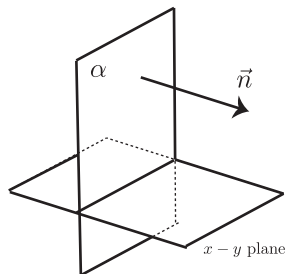
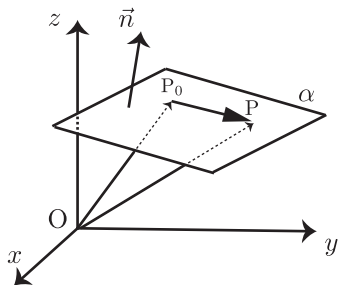
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad \text{であるとき} \quad \overrightarrow{P_0P} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix}$$

であるので, 上の条件は座標を用いると

$$p(x - x_0) + q(y - y_0) + r(z - z_0) = 0$$

The Equation of a plane

\vec{n} のことを平面の**法線ベクトル** (normal vector) と呼びます.



具体例

$$x + y - 2z = 2$$

について考えます. 通る点を具体的に求めます.

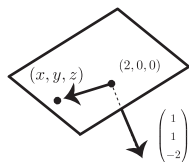
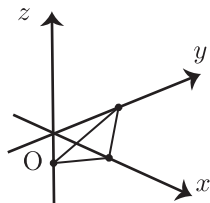
$$\begin{array}{ll} x \text{ 切片} & (2, 0, 0) \\ y \text{ 切片} & (0, 2, 0) \\ z \text{ 切片} & (0, 0, -1) \end{array}$$

(2, 0, 0) を通ることから

$$\begin{array}{r} x + y - 2z = 2 \\ -) \quad 2 + 0 - 2 \cdot 0 = 2 \\ \hline (x - 2) + y - 2z = 0 \end{array}$$

すなわち

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-2 \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$



In case $r = 0$

$r = 0$ の場合 \vec{n} は $x - y$ 平面に平行になり，平面 α は $x - y$ 平面に垂直になります。

$$r = 0 \Rightarrow \vec{n} \parallel x - y \text{ 平面}, \quad \alpha \perp x - y \text{ 平面}$$

