平面の方程式

Nobuyuki TOSE

LA2022, Lec02 Part 01 April 20, V01

Part 01
平面の方程式

平面の方程式

点 P_0 を通り $\vec{n}(\neq \vec{0})$ に垂直な平面 α を考えます．α の任意の点 P に対して

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}} = 0$$

が成立します．P_0 の座標が (x_0, y_0, z_0)，P の座標が (x, y, z)，

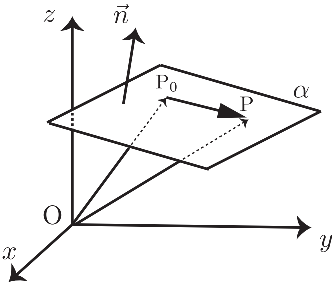
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad \text{であるとき} \quad \overrightarrow{\mathrm{P}_0\mathrm{P}} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix}$$

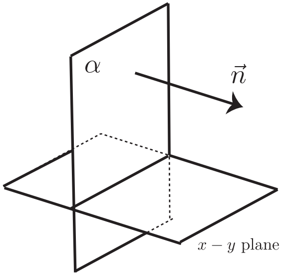
であるので，上の条件は座標を用いると

$$p(x - x_0) + q(y - y_0) + r(z - z_0) = 0$$

The Equation of a plane

$\vec{n}$ のことを平面の**法線ベクトル** (normal vector) と呼びます.



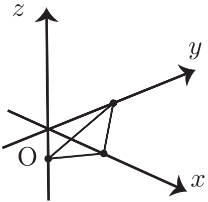


具体例

$$x + y - 2z = 2$$

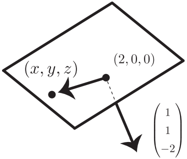
について考えます．通る点を具体的に求めます．

x 切片	(2,0,0)
y 切片	(0,2,0)
z 切片	(0,0,-1)



$(2, 0, 0)$ を通ることから

$$\begin{array}{rcccccccc} & x & + & y & - & 2z & = & 2 \\ -) & 2 & + & 0 & - & 2 \cdot 0 & = & 2 \\ \hline & (x-2) & + & y & - & 2z & = 0 & \end{array}$$



すなわち

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x-2 \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

In case $r = 0$

$r = 0$ の場合 $\vec{n}$ は $x - y$ 平面に平行になり，平面 α は $x - y$ 平面に垂直になります.

$$r = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{n} \parallel x - y\text{平面}, \quad \alpha \perp x - y\text{平面}$$