

I $D \Sigma$ m 行 n 列の 実行列 D とし \mathbb{R}^n 中

$$\text{ker}(D) = \text{ker}(tDD)$$

が成り立つことを示せよ。

II $D \Sigma$ m 行 n 列の 実行列 D とし

(1) tDD が 正定値行列 $\Leftrightarrow D$ が 行フルランク $\Leftrightarrow D$ が 行フルランク $\Leftrightarrow D$ が 行フルランク

(2) tDD が 非負定値 i.e.

$$(tDD \vec{v}, \vec{v}) \geq 0$$

が成り立つことを示せよ。

(3) tDD が 正定値 $\Leftrightarrow D = (\vec{d}_1, \dots, \vec{d}_n)$ とするとき $\vec{d}_1, \dots, \vec{d}_n$ が LI $\Leftrightarrow D$ が 行フルランク $\Leftrightarrow D$ が 行フルランク

III

m 行 n 列の 実行列 A が

$$(A \vec{u}, \vec{w}) = (\vec{u}, tA \vec{w}) \quad (\vec{u} \in \mathbb{R}^n, \vec{w} \in \mathbb{R}^m)$$

が成り立つことを示せよ。

A が $m \times n$ 実行列, B が $n \times l$ 実行列 ならば

$$t(AB) = t(BA)$$