

II 演習 4.8 (教科書 96 ページ) 次の行列式の値を求めましょう.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

解答 (1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -12 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -3 & -6 \\ -6 & -12 \end{vmatrix} = 0$$

(2)

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -3 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

(3)

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -4 & -12 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -4 & -12 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 12$$

(4)

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & b-a & b^2-a^2 \\ 0 & c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} b-a & b^2-a^2 \\ c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & b+a \\ 1 & c+a \end{vmatrix} \\ &= (b-a)(c-a)((c+a) - (b+a)) \\ &= (a-b)(c-a)(b-c) \end{aligned}$$